

TILASTOLLINEN KOON VAIKUTUS MONOTONISESSA KUORMITUKSESSA

TIIVISTELMÄ

Tilastolliset mitoitusmenetelmät ovat valtaamassa alaa metallien väsymislujuuden mitoituksessa. Vanhastaan on ollut tunnettua, että kappaleen väsymislujuus alenee, kun sen koko kasvaa. On osoitettu, että ilmiön taustalla on tilastollinen koon vaikutus. Mitä suurempi tutkittava kappale on, sitä suurempia alkuvikoja siinä esiintyy. Tämä johtaa lujuuden alenemiseen.

Tämän kirjoituksen tarkoituksena on tutkia, esiintyykö tilastollinen koon vaikutus myös staattisessa eli monotonisessa kuormituksessa. Erittäin hauraissa aineissa, kuten lasissa, tilastollinen koon vaikutus on ollut jo kauan tunnettu. Siksi yhdeksi tavoitteeksi asetettiin selvittää, riippuuko koon vaikutus aineen sitkeydestä. Kokeita tehtiin sen vuoksi tavallisella rakenneteräksellä, joka on hyvin sitkeää, sekä harmaalla valuraudalla, joka edustaa toista ääripäätä erittäin hauraana materiaalina. Lisäksi tehtiin kaksi koesarjaa erilaisilla langoilla. Toinen oli huonolaatuista pehmeäksi hehkutettua sidelankaa, toinen korkealaatuista pianolankaa. Näiden avulla oli tavoitteena selvittää paitsi sitkeyden myös laadun merkitys.

Tulokset osoittavat, että tilastollinen koon vaikutus on nähtävissä myös staattisessa kuormituksessa, mutta huomattavasti väsymislujuutta lievempänä. Riippuvuutta sitkeydestä ei voitu osoittaa. Sen sijaan langoilla tehdyissä kokeissa nähtiin, että teräksen laadun vaikutus on huomattavan suuri huonolaatuaisessa teräksessä.

ABSTRACT

Statistical design methods are advancing in the fatigue design. It has been known for a long time, that the fatigue strength of a specimen decreases when the size increases. It has been shown, that the background of this phenomenon lies in the statistical size effect. The larger the specimen, the bigger defects can be expected. This leads to decreasing strength.

The aim of this paper is to study whether the statistical size effect is present in statistical or monotonic loading also. In very brittle materials, such as glass, the statistical size effect is been known for a long time. Therefore, one target was set to if the phenomenon depends on the ductility of the material. For this reason, the tests were conducted with normal structural steel, which is very ductile, as well as with gray cast iron, which lies in the other extreme, being very brittle.

Furthermore, one test series was carried out with two different wires. The other one was poor quality tying wire, the other highest quality piano string.

The results show that the statistical size effect can be seen in static loading, but is much weaker than in the case of fatigue loading. Dependence on the brittleness could not be shown. In the tests with the wires it was seen the statistical size effect of remarkably large in low quality steels.

Sisältö

1	JOHDANTO	3
2	MURTUMISEN TEORIAA	3
2.1	Sitkeä murtuma.....	4
2.2	Haurasmurtuma	5
2.3	Johtopäätökset murtumisen teoriasta.....	6
3	TILASTOLLINEN KOON VAIKUTUS VÄSYMISESSÄ.....	6
3.1	Heikoimman lenkin menetelmä.....	7
3.2	Murakamin menetelmä.....	7
3.3	Makkosen menetelmä.....	8
4	TILASTOLLINEN KOON VAIKUTUS STAATTISESSA KUORMITUKSESSA	8
5	KOKEELLISET TULOKSET	9
5.1	Koeohjelma	9
5.2	Rakenneterässauvojen kokeet.....	9
5.2.1	Koesauvat ja niiden valmistelu	10
5.2.2	Alustava koesarja	12
5.2.3	Hehkutettu koesarja.....	12
5.3	Valurautasauvojen kokeet	14
5.3.1	Koesauvat ja niiden valmistelu	14
5.3.2	Koetulokset	17
5.4	Sidelangan kokeet.....	19
5.4.1	Koesauvat ja niiden valmistelu	19
5.4.2	Koetulokset	21
5.5	Pianolangan kokeet.....	23
5.5.1	Koesauvat ja niiden valmistelu	23
5.5.2	Koetulokset	24
6	TULOSTEN ANALYSOINTI.....	25
6.1	Heikoimman lenkin menetelmä.....	25
6.2	Vikajakaumaan perustuva menetelmä.....	28
6.3	Tulosten yhteenveto	33

7	TULOSTEN ARVIOINTIA	35
7.1	Pohjustus	35
7.2	Keskiarvon estimaattien arviointi.....	36
7.3	Keskihajonnan estimaattien arviointi	38
7.4	Muita arviointeja	38
7.5	Tulosten luotettavuudesta.....	39
8	JOHTOPÄÄTÖKSIÄ	39
9	kiitosmaininnat.....	40

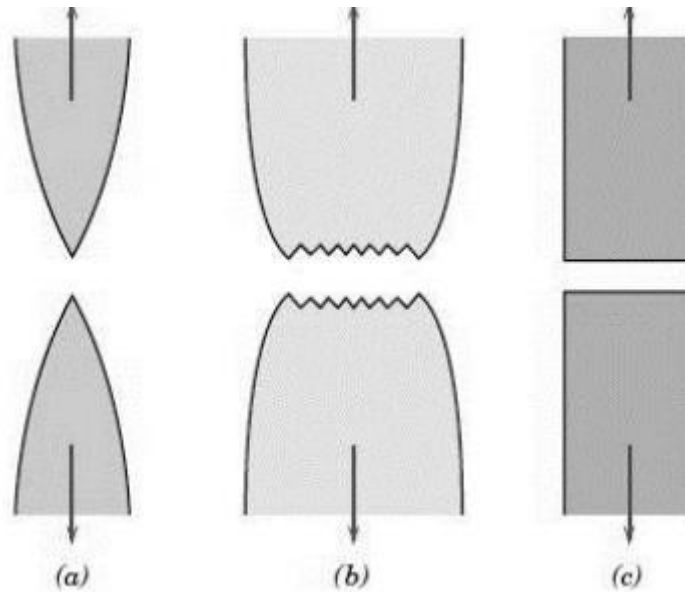
1 JOHDANTO

Tämän julkaisun tarkoituksena on todentaa, esiintyykö staattisessa kuormituksessa tilastollista koon vaikutusta. Tämä tarkoittaa, että kappaleen koon kasvaessa sen lujuus alenee. Tätä ilmiötä on tutkittu laajalti dynaamisesti kuormitetuissa rakenteissa. Varsinkin hitsaamattomissa rakenteissa tilastollinen koon vaikutus on hyvin huomattava. Erittäin hauraille aineille tilastollista mitoitusta on sovellettu kauan. Näissä pienten alkuvikojen merkitys korostuu: hauraissa aineissa murtuma lähtee aina jonkin alkuvian kohdasta. Suuremmissa kappaleissa esiintyy todennäköisesti suurempia alkuvikoja johtaen lujuuden alenemiseen.

Terästen ja valurautojen osalta tutkimusta on tällä alueella tehty hyvin niukasti. Tässä tutkimuksessa todennetaan lyhyesti, esiintyykö tilastollinen koon vaikutus näissä materiaaleissa ja kuinka suurena. Koska ilmiö liittyy ennen muuta hauraisiin materiaaleihin, koestuksia tehdään sekä erittäin sitkeille rautametallille että erittäin hauraille. Koska alkuvikojen suuruus ja määrä oletettavasti vaikuttavat tilastollinen koon vaikutuksen suuruuteen, tutkittavaksi otettiin myös yksi huonolaatuinen teräs.

2 MURTUMISEN TEORIAA

Metalleilla esiintyy kaksi murtumatyyppiä: sitkeä ja hauras. Kuvioon 1 on hahmoteltu periaatepiirros eri murtumatyypeistä.

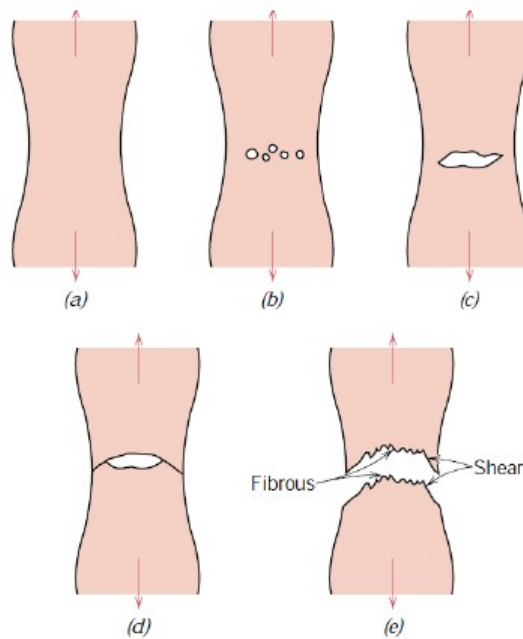


Kuvio 1. Erilaiset murtumatyypit, (a) täysin sitkeä murtuma, (b) tyypillinen sitkeä murtuma ja (c) täysin hauras murtuma [1, 237].

Sitkeillä materiaaleilla esiintyy suuri plastinen eli palautumaton muodonmuutos ennen murtumaa. Murtovenymän suuruus onkin yksi sitkeyden kuvaamiseen käytetyistä suureista. Haurailta aineilla muodonmuutos on olematon. Niillä murtumatapahtuma on hyvin nopea ja sitoo hyvin vähän ulkoista energiaa, päinvastoin kuin sitkeä murtuma.

2.1 Sitkeä murtuma

Kuvion 2 periaatekaavio esittää sitkeän murtuman syntymistä vetokuormituksen alaisena tyypillisellä sitkeällä teräksellä.



Kuvio 2. Sitkeän murtuman syntyminen. (a) Kuroutuminen (b) Pienten onkaloiden muodostuminen (c) Onkaloiden yhteen kasvaminen särön muotoon (d) Särön eteneminen (e) Lopullinen murtuminen 45° kulmassa jännityksen suuntaan [1, 237].

Sitkeän murtuman ydintyminen ja kasvaminen alkaa tavallisesti materiaalivirheestä, yleensä sulkeumasta tai vastaavasta [1, 466]. Kuroutumavaihe alkaa dislokaatioiden liikkumisella hilarakenteessa. Samalla uusia dislokaatioita syntyy valtavia määriä. Kun niiden liike lukkiutuu lopulta toisiinsa, loppumurtuma tapahtuu leikkautumalla.

2.2 Haurasmurtuma

Jos plastisen muodonmuutoksen mahdollistavat dislokaatiomekanismit eivät kykene toimimaan, materiaalin murtuma tapahtuu haurasmurtumana. Haurasmurtuma voi edetä teräksessä joko raerajamurtumana tai lohkomurtumana. Puhdas raerajamurtuminen on metalleilla hyvin harvinainen. Haurasmurtumasta puhuttaessa tarkoitetaan yleensä vain lohkomurtumaa.

Lohkomurtuman etenemisessä erotetaan kaksi vaihetta: ydintyminen ja eteneminen.

Lohkomurtumaa edeltää pieni plastinen muodonmuutos, joka ydintää mikrosärön jonkin ainevian kohdalle. Murtuman eteneminen tämän jälkeen edellyttää riittävää jännitystilaa särön kärjessä ja jännitystilan kolmiakselisuutta.

Murtuman etenemistä edesauttavat seuraavat tekijät:

- korkea vetojännitys
- alhainen lämpötila
- suuri ainepaksuus

- kolmiakselinen jännitystila
- hauras materiaali
- jäännösjännitykset
- iskumainen kuormitus
- jännityskeskittymät
- särömäiset alkuviat.

Särön etenemisen arviointiin on kehitetty murtumismekaniikaksi kutsuttu menetelmä. Särön kasvun on huomattu olevan verrannollinen ns. jännitysintensiteettikertoimeen, joka on täysin teoreettinen suure. Jännitysintensiteettikertoimen lauseke on muotoa:

$$K_I = \beta \cdot \sigma \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \quad (1)$$

missä β = geometriakerroin
 σ = jännitys
 a = alkusärön pituus.

Geometriakerroin β riippuu kappaleen muodosta, särön muodosta sekä jännitysjakaumasta. Sen arvoja löytyy nykyään hyvin paljon kirjallisuudesta. Jos jännitysintensiteettikertoimen arvo ylittää murtumissitkeyden K_{Ic} , murtuma lähtee etenemään. Murtumissitkeyden arvo eri materiaaleille on määritettävä kokeellisesti. Haurasmurtumassa särön etenemisnopeus voi varsinkin iskumaisessa kuormituksessa lähestyä äänen nopeutta.

2.3 Johtopäätökset murtumisen teoriasta

Edellä olevasta lyhyestä murtumistyyppien kuvauksesta selviää, että niiden mekanismit poikkeavat suuresti toisistaan. Yksi yhteinen piirre niillä kuitenkin on: molemmat lähtevät liikkeelle aineviasta. Haurasmurtumassa kriittinen alkuvian koko saattaa olla hyvinkin pieni. Lasissa ja vastaavissa aineissa millimetrin sadasosien kokoinen särö voi olla riittävä.

Koska ainevioilla on suuri merkitys murtuman ydintymisessä, voidaan päätellä, että yksi mahdollinen malli tilastollisen koon vaikutuksen arvioinnissa voi olla alkuvikajakaumiin perustuva.

3 TILASTOLLINEN KOON VAIKUTUS VÄSYMISESSÄ

August Wöhler oli ensimmäinen tunnettu väsymislajuuden tutkija. Hän julkaisi tuloksiaan jo 1860-luvulla. Jännitys – elinikäkäyriä kutsutaan Euroopassa hänen mukaansa Wöhler-käyriksi,

Amerikassa käytetään nimitystä S – N- käyrä. Wöhler-käyrät ovat edelleen eniten käytetty väsymismitoitusmenetelmä, vaikka sen heikkoudet ovat yleisesti tiedossa. Yksi näistä on, että menetelmä ei pysty selittämään väsymisessä ilmenevää koon vaikutusta. Suurissa kappaleissa väsymislujuuden huomattiin jo varhain alenevan pieneen koesauvaan verrattuna. Pienissä lovikohdissa kriittinen jännitys on puolestaan korkeampi kuin koesauvassa. Parhaiten ilmiö on pystytty selittämään tilastollisella koon vaikutuksella. Tilastollisia laskentamalleja on esitetty useita, mutta mikään niistä ei syystä tai toisesta ole levinnyt laajaan käyttöön. Katsaus esitettyihin menetelmiin löytyy kirjoittajan väitöskirjasta [10]. Seuraavassa esitellään lyhyesti muutamia tärkeitä malleja.

3.1 Heikoimman lenkin menetelmä

Heikoimman lenkin teorian kehittäjä on professori Waloddi Weibull. Pohjana on, kuten nimikin kertoo, ketjuanalogia. Ketjun lujuuden määrää sen heikoin lenkki. Weibull johti menetelmässä tarvittavan tilastollisen jakauman jo 1939. Laajempaan käyttöön se levisi hänen julkaistuaan artikkelin [2] vuonna 1951.

Julkaisussa [3] Weibull esittää teoriansoveltamisen väsymislujuuteen. Esimerkkitapauksena kirjoituksessa käsitellään kuulalaakeriteräkselle saatuja koetuloksia. 25 mm ja 50 mm pituisten tankojen väsymislujuus pystyttiin ennustamaan tarkasti teorian avulla.

Jürgen Böhm sovelsi heikoimman lenkin teoriaa laajasti väitöskirjassaan [7]. Hän osoittaa työssään laajan koeaineiston pohjalta, kuinka teoriaa voidaan soveltaa luotettavasti myös lovellisten sauvojen väsymisrajan ennustamiseen. Ennusteet sekä sileille että lovellisille sauvoille ovat hyvin tarkkoja verrattuna perinteisiin menetelmiin.

Roger Rabbin kattavassa väsymismitoituksen käsikirjassa [6] esitellään Wärtsilä Oyj:ssä kehitetyt väsymismitoitusmenetelmät. Nekin pohjautuvat heikoimman lenkin teoriaan.

3.2 Murakamin menetelmä

Lähtökohta Murakamin menetelmässä on, että hän on havainnut korkealujuuksisten terästen väsymisrajan olevan laskettavissa seuraavalla kaavalla:

$$\sigma_w = 1.41 \cdot \frac{(H_v + 120)}{\sqrt{area}} \quad (2)$$

missä H_v = teräksen Vickers-kovuus

$area$ = kappaleesta löytyvän suurimman sulkeuman projektiopinta-ala

Suurimman sulkeuman koko täytyy ennustaa tilastollisesti. Ennustamiseen käytetään tilastotieteen ääriarvoteoriaa. Jakaumafunktion sovittamiseen tarvitaan kokeellisia havaintoja. Ne saadaan siten, että ko. materiaalista tehdään hieitä. Hieistä valitaan pieniä tasakokoisia näytteitä, joista haetaan ja mitataan suurimman sulkeuman koko. Todennäköisyysjakauma sovitetaan näihin. Sen jälkeen voidaan saada erikokoisille kappaleille ennuste suurimmasta vikakoosta ja väsymisraja saadaan

$$\text{sitten sen avulla kaavasta } \sigma_w = 1.41 \cdot \frac{(H_v + 120)}{\sqrt{\text{area}}} \quad ($$

2(2).

Menetelmä ei ole kovin tarkka väsymislajuuden ennustamisessa. Se tuodaan tässä yhteydessä esiin, koska menetelmä saattaisi soveltua koon vaikutuksen arviointiin staattisen lujuuden yhteydessä. Tässä kirjoituksessa tällaista analyysiä ei kuitenkaan tehdä.

3.3 Makkosen menetelmä

Tässä luvussa esitellään kirjoittajan kehittämä menetelmä väsymisrajan ennustamiseen ([10], [11], [4]). Pohjana on se fakta, että dynaamisesti kuormitetun kappaleen pinta on pian täynnä mikrosäröjä. Säröjen määrä on valtava, luokkaa kymmeniä per mm^2 . Mitä suurempi kappale (eli mitä suurempi jännityksen alainen pinta-ala), sitä suurempi alkusärö siitä todennäköisesti löytyy. Suurimmalle löytyvälle särökoolle erikokoisissa kappaleissa voidaan laskea ennuste ääriarvoteoriaa hyväksi käyttäen. Murtumismekaniikkaa soveltaen voidaan sitten laskea ennuste kappaleen väsymislajuudelle.

Menetelmä on siten Murakamin menetelmän ohella ainoa, joka pohjautuu todelliseen, fysikaaliseen suureeseen. Ongelma menetelmän käytössä on, että mitattuja alkusäröjakaumia löytyy kirjallisuudesta hyvin vähän. Menetelmää joudutaankin soveltamaan kiertoteitse käyttäen hyväksi tavallisia väsymistestien tuloksia. Samaan ongelmaan törmätään käytettäessä menetelmää staattisen lujuuden arviointiin.

4 TILASTOLLINEN KOON VAIKUTUS STAATTISESSA KUORMITUKSESSA

Monotoniselle kuormitukselle ei tietävästi ole esitetty muita tilastollisia mitoitus tapoja kuin heikoimman lenkin menetelmä. Itse asiassa Weibull johti jakaumansa alun perin kuvaamaan staattista murtumaa kirjoituksessa [5] ja sovelsi menetelmää myöhemmin väsymislajuuteen. Mainituksessa lähteessä Weibull osoittaa, että perinteinen lujuusteoria ei ole riittävä kuvaamaan materiaalin murtumaa. Useat posliinista valmistetut koesauvasarjat osoittavat, että vain

tilastollisella tavalla voidaan riittävällä tarkkuudella ennustaa hauraiden aineiden murtumiskäyttäytymistä.

Artikkelissa [2] on esitetty useita sovellusesimerkkejä eri alueilta. Ensimmäisessä niistä tarkastellaan vetokoesarjaa, jossa raaka-aineena on Boforsin tehtailla vain testitarkoituksiin valmistettu koe-erä. Tulokset noudattavat hyvin tarkoin heikoimman lenkin teoriaa.

5 KOKEELLISET TULOKSET

5.1 Koeohjelma

Kokeiden päätavoitteena oli tutkia, esiintyykö tilastollinen koon vaikutus staattisessa kuormituksessa. Siksi jokaisella materiaalilla tehtiin vetokokeet vähintään kahdelle koesarjalle: yksi mahdollisimman pieni ja yksi mahdollisimman suuri sauvakoko. Vetonopeus kokeissa asetettiin aina siten, että venymänopeus oli hyvin tarkoin sama. Se tarkoittaa, että pidemmällä sauvoilla nopeutta lisättiin sauvojen pituuksien suhteessa.

Koska kirjallisuustietojen perusteella tilastollinen koon vaikutus ilmenee vahvimmin haurailla aineilla, ohjelmaan otettiin kaksi sitkeydeltään täysin erilaista materiaalia: rakenneteräs S235 sekä harmaa valurauta EN-GJL-350. Ensin mainittu on hyvin sitkeää ja jäykkä ja jälkimmäinen äärimmäisen haurasta. Suunnitelmissa oli testata rakenneteräs myös hauraassa tilassa, jäähdytettynä transitiolämpötilan alapuolelle, mutta nämä kokeet epäonnistuivat.

Kirjallisuusanalyysin mukaan murtuma ydintyy aina johonkin ainevikaan. Sen vuoksi koeohjelmaan valittiin mukaan myös yksi heikkolaatuinen materiaali. Tämän avulla selvitettiin, kuinka huonolaatuisuus, mikä merkinnee hyvin epäpuhdasta terästä, vaikuttaa tilastolliseen koon vaikutukseen. Näihin kokeisiin materiaaliksi otettiin tavallinen raudoitustöissä käytettävä pehmeäksi hehkutettu sidelanka. Vastinpariksi tälle materiaalille tutkittavaksi otettiin myös erittäin hyvälaatuinen lankamateriaali: saksalainen pianolanka.

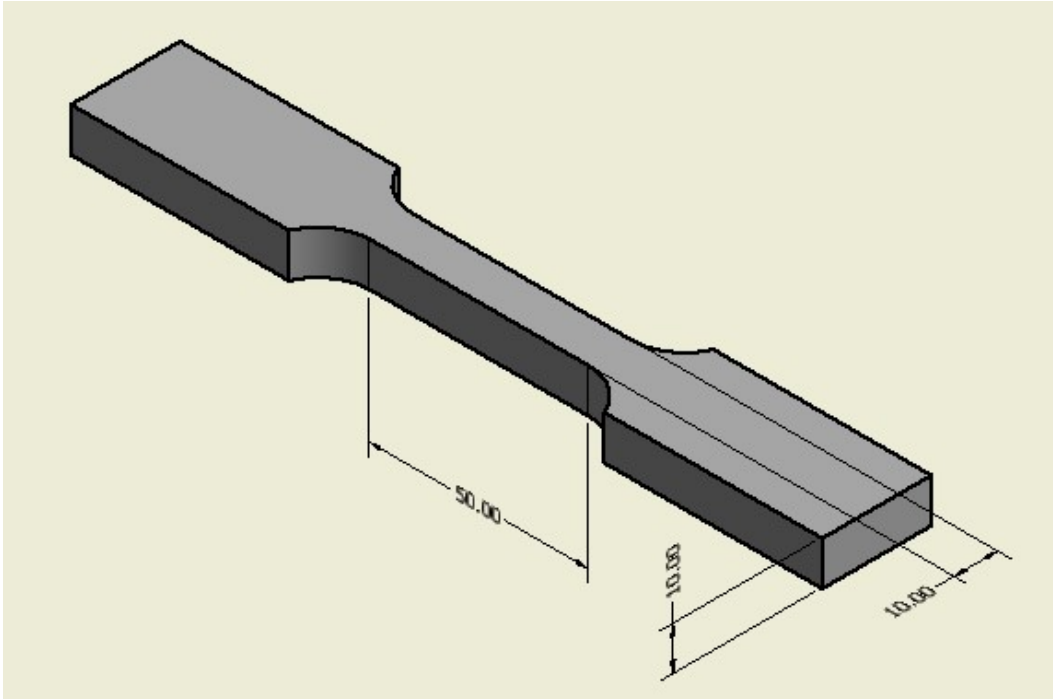
Kaikki kokeet tehtiin Technobothnian tiloissa. Technobothnia on Vaasan ammattikorkeakoulun, Vaasan yliopiston ja Yrkeshögskolan Novian yhteinen opetus- ja tutkimuslaboratorio.

5.2 Rakenneterässauvojen kokeet

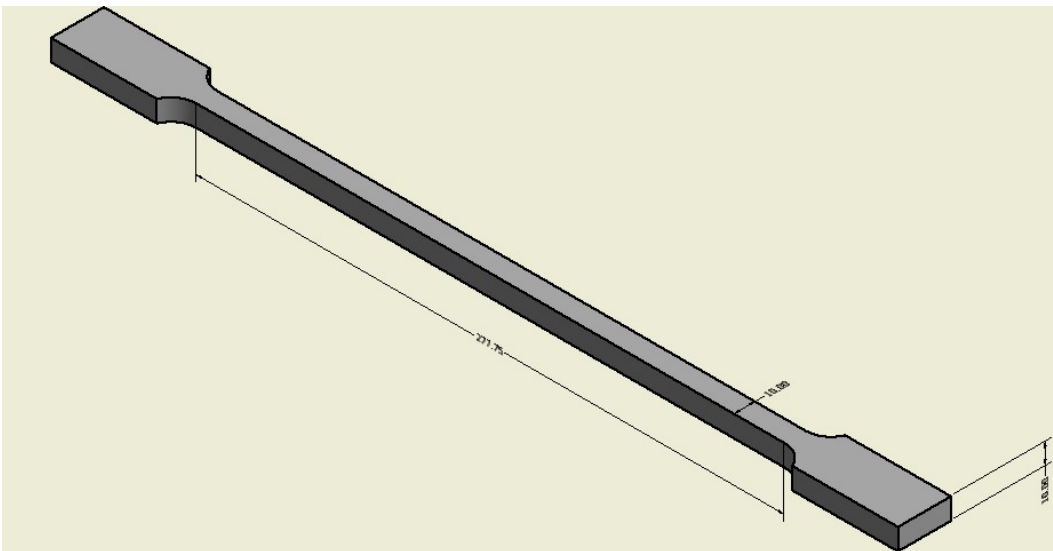
Kokeiden suoritus on raportoitu tarkemmin Keijo Silvastin opinnäytetyössä [9].

5.2.1 Koesauvat ja niiden valmistelu

Koesauvat ovat terästä S235. Sauvat on leikattu laserilla samasta 10 mm paksusta levystä. Lyhemmän (koesarja Lc50) koestusmitta oli 50 mm ja pitemmän (Lt400) 400 mm. Koestuskohdan poikkileikkauksen nimellismitat olivat 10 x 10 mm.



Kuvio 3. Koesauva Lc50.



Kuvio 4. Koesauva Lt400.

Koeohjelmaan oli suunniteltu kummastakin sauvakoosta kolme koesarjaa:

1. Alustavat kokeet valssatussa tilassa.
2. Kokeet huoneenlämpötilassa hehkutetuilla sauvoilla.
3. Kokeet lämpötilassa -60°C hehkutetuilla sauvoilla.

Hehkutuksella oli kaksi tavoitetta:

- Varmistaa, että sauvoissa ei ole jäännösjännityksiä valssauksen ja lasereikkauksen jäljiltä.
- Aiheuttaa sauvoihin rakeenkasvua, jotta transitiolämpötila saataisiin korkeammaksi kuin -60°C , joka on laboratorion pakastimen alin lämpötila.

Hehkutuksessa lämpötila nostettiin hitaasti 920 asteen lämpötilaan, pidettiin siinä kaksi tuntia ja annettiin sauvojen jäähtyä hitaasti uunin mukana. Tavoitteena oli saada aikaan rakeenkasvua sekä austeniitti- että ferriittialueella.

Tuloksena olisi saatu tulokset samalla materiaalilla sekä sitkeässä että hauraassa tilassa.

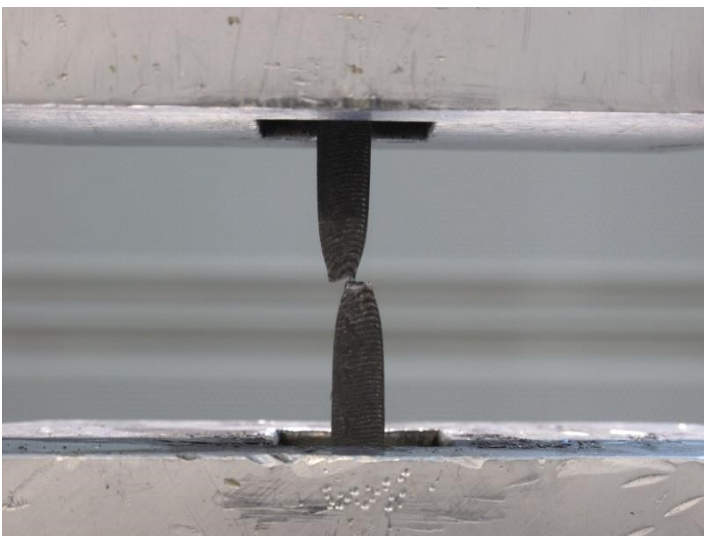
Jäähdytettyjen sauvojen kokeet eivät kuitenkaan onnistuneet suunnitellusti eikä niitä käsitellä tässä.

Kokeissa käytettiin Vaasan ammattikorkeakoulun materiaalilaboratorion 100 kN vetokonetta.

Kuvissa 5 ja 6 alla näkyvät pitkä sekä lyhyt koesauva testissä. Sitkeä käyttäytyminen on selvästi nähtävissä.



Kuvio 5. Koesauva Lt400 murtokuroumavaiheessa.



Kuvio 6. Koesauva Lc50 murtumisen jälkeen.

5.2.2 Alustava koesarja

Nämä ovat valssatussa tilassa olevia, hehkuttamattomia sauvoja. Niiden iskutkeys oli neljän kokeen keskiarvona 293 J. Tulokset on esitetty taulukoissa 1 ja 2.

koe numero	F_{\max} kN	A_0 mm ²	R_m MPa
1	28,81	92,0	313,3
2	28,03	92,3	303,8
3	27,69	91,6	302,3
4	29,00	91,8	316,0
5	28,71	92,0	312,2
6	28,22	93,7	301,2
keskiarvo	28,41	92,2	308,1
keskihajonta	0,51	0,8	6,4

Taulukko 1. Sarjan Lc50 tulokset

koe numero	F_{\max} kN	A_0 mm ²	R_m MPa
1	28,13	92,9	302,7
2	29,39	95,0	309,5
3	28,17	92,3	305,3
4	29,74	95,3	312,1
5	27,88	92,3	302,2
6	28,86	94,2	306,5
keskiarvo	28,695	93,6	306,4
keskihajonta	0,756	1,4	3,8

Taulukko 2. Sarjan Lt400 tulokset.

Tätä sarjaa käytetään vain tuomaan esiin lämpökäsittelyn aiheuttamat muutokset ominaisuuksiin.

5.2.3 Hehkutettu koesarja

Iskutkeydessä ei tapahtunut muutosta lämpökäsittelyssä. Myöskään toivottua haurastumista alhaisessa lämpötilassa ei saatu aikaan: kokeiden keskimääräinen iskutkeys -60°C lämpötilassa oli 273 J.

Sauvojen keskimääräiset murtovenymät olivat: sarja Lc50 n. 45%, sarja Lt400 28 %.

Murtokuroumien keskiarvot molemmille sauvoille olivat n. 76 %.



Kuvio 7. Koesauvat koestuksen jälkeen.

koe numero	F_{\max} kN	A_0 mm^2	R_m MPa
1	30,91	95,7	322,8
2	32,18	95,8	335,8
3	31,35	95,5	328,4
4	31,59	96,2	328,3
5	31,64	96,0	329,5
6	31,25	96,1	325,1
7	31,54	98,7	319,5
8	31,25	97,2	321,4
9	31,2	92,1	338,9
keskiarvo	31,434	95,9	327,7
keskihajonta	0,360	1,8	6,4

Taulukko 3. Koesarjan Lc50 tulokset.

koe numero	F_{\max} kN	A_0 mm^2	R_m MPa
1	31,7	97,3	325,8
2	31,0	97,2	318,9
3	30,5	97,0	314,4
4	31,3	97,7	320,3
5	31,2	98,3	317,4
6	31,2	97,8	319,0
7	30,6	98,4	311,0
8	31,1	96,7	321,5
9	32,3	100,0	323,0
keskiarvo	31,211	97,8	319,0
keskihajonta	0,544	1,0	4,5

Taulukko 4. Koesarjan Lt400 tulokset.

5.3 Valurautasauvojen kokeet

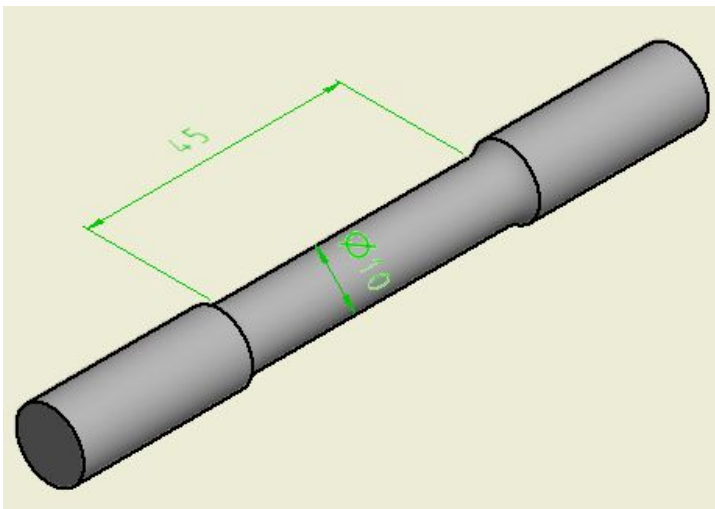
Tarkempi selostus kokeiden suorituksesta löytyy lähteestä [9].

5.3.1 Koesauvat ja niiden valmistelu

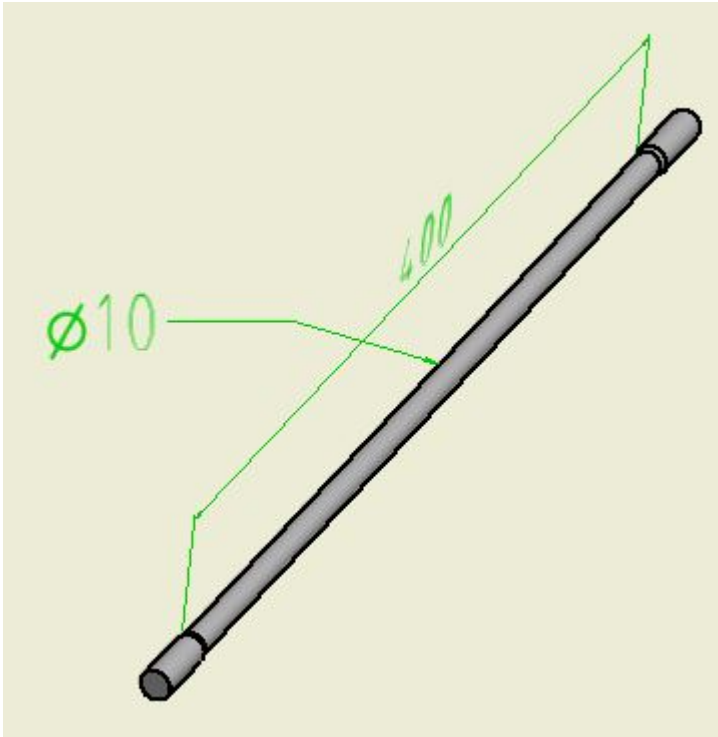
Koesauvojen valmistusta varten saatiin Wärtsilä Oyj:stä dieselmoottorin sylinteriholkin valuaihio, jonka materiaali on harmaa valurauta EN-GJL-350. Aihion mitat olivat: ulkohalkaisija noin 387 mm, pituus 680 mm ja seinämänpaksuus 24 mm.

Aihiosta valmistettiin kolme koesarjaa alla olevien kuvioiden 8, 9 ja 10 mukaisesti. Koesarjojen K ja L koestusosan halkaisija oli 10 mm, sarjan T 20 mm. Koneistus tehtiin Vaasan aikuiskoulutuskeskuksen kone- ja metallialan osastolla. Koesarjan T pituus asetettiin siten, että sen pinta-ala on sama kuin pitkän sauvan L. Valinnan oli tavoitteena saada selville, onko koon vaikutus verrannollinen kappaleen pinta-alaan vaiko tilavuuteen.

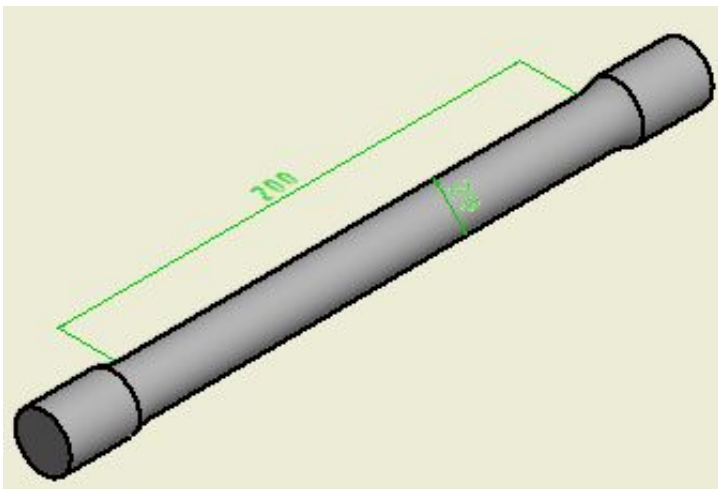
Harmaa valurauta on tunnetusti erittäin hauras materiaali. Viiden kokeen keskiarvona mitattu CharpyV-iskusitkeys oli vain noin 17 J. Murtokuroumaa ei esiinny ollenkaan. Murtovenymäkin oli niin pieni, ettei sitä käytössä olleilla mittausmenetelmillä pystytty riittävällä tarkkuudella todentamaan.



Kuvio 8. Koesauva K.



Kuvio 9. Koesauva L.



Kuvio 10. Koesauva T.

Vetokokeet tehtiin Yrkeshögskolan Novian rakennustekniikan laboratorion kuormituskehällä ”Matertest”, kuva alla.



Kuvio 11. Novian vetokone

5.3.2 Koetulokset

koe numero	Mitattu halkaisija	F_{\max} kN	A_0 mm ²	R_m MPa
		ei tulosta	78,2	
K1	9,98			
K2	9,99	27,5	78,4	350,8
K3	9,98	27,9	78,2	356,3
K4	9,99	27,8	78,4	354,8
K5	9,99	27,1	78,4	345,1
K6	9,99	28,2	78,4	359,1
K7	9,99	27,9	78,4	355,9
K8	9,99	28,4	78,4	362,1
K9	9,98	28,5	78,2	364,8
K10	9,99	28,9	78,4	368,1
	keskiarvo	28,2	78,3	359,4
	keskihajonta	0,5	0,1	6,0

Taulukko 5. K-sarjan tulokset (lyhyet sauvat).

Kursiivilla kirjoitetut koetulokset K5 ja K7 murtuivat kiinnityspään olakkeen pyöristyksen juuresta, jossa jännitys ulkokehällä on selvästi nimellisjännitystä korkeampi [10]. Sen vuoksi nämä kokeet jätettiin pois analyysistä. Keskiarvo ja hajonta on laskettu ilman niitä. Taulukossa esitetty jännitys on niidenkin kohdalla nimellinen eli voima jaettuna poikkileikkauksen pinta-alalla.



Kuvio 12. K-sarjan sauvat kokeen jälkeen.

koe numero	Mitattu halkaisija	F_{\max} kN	A_0 mm ²	R_m MPa
L1	9,94	27,56	77,6	355,2
L2	9,96	28,03	77,9	359,8
L3	9,95	27,60	77,8	355,0
L4	9,95	27,36	77,8	351,9
L5	9,99	27,82	78,4	354,9
L6	9,95	28,06	77,8	360,9
L7	9,96	27,82	77,9	357,1
L8	9,95	28,11	77,8	361,5
L9	9,95	27,03	77,8	347,6
	keskiarvo	27,71	77,8	356,0
	keskihajonta	0,36	0,2	4,5

Taulukko 6. L-sarjan tulokset (pitkät sauvat).



Kuvio 13. L-sarjan sauvat kokeen jälkeen (pitkät sauvat). Alinna yksi koestamaton sauva.

koe numero	Mitattu halkaisija	F_{\max} kN	A_0 mm ²	R_m MPa
T1	20,05	116,10	315,7	367,7
T2	20,00	115,40	314,2	367,3
T3	20,00	112,06	314,2	356,7
T4	20,00	113,78	314,2	362,2
T5	20,00	112,95	314,2	359,5
T6	20,00	114,66	314,2	365,0
T7	20,00	113,05	314,2	359,8
T8	20,00	113,89	314,2	362,5
T9	20,00	114,40	314,2	364,1
T10	20,00	111,02	314,2	353,4
	keskiarvo	114,18	314,4	363,1
	keskihajonta	1,51	0,6	4,4

Taulukko 7. T-sarjan tulokset (paksut sauvat).

Samoin kuin lyhyiden sauvojen kohdalla, osa sauvoista (T5, T8 ja T9) murtui kohonneen jännityksen kohdalta ja ne on jätetty sivuun.



Kuvio 14. T-sarjan sauvat kokeen jälkeen (paksut sauvat).

5.4 Sidelangan kokeet

5.4.1 Koesauvat ja niiden valmistelu

Tätä koesarjaa varten hankittiin paikallisesta rautakaupasta vyyhti sidelankaa, jonka nimellispaksuus oli 0,9 mm. Sidelankaa käytetään betoniraudoituksissa sidottaessa harjateräksiä toisiinsa. Sen tulee olla helposti muokattavaa ja sitkeätä. Sidelanka valmistetaan matalahiilisestä teräksestä ja hehkutetaan pehmeäksi. Mitään laatuvaatimuksia sille ei aseteta. Oletettavaa on, että

teräs ei niin muodoin ole kovin tasalaatuista ja siinä saattaa olla runsaasti epäpuhtauksia. Kokeiden tarkoituksena olikin nähdä, kuinka heikko laatu vaikuttaa tilastolliseen koon vaikutukseen.

Kokeita tehtiin kaksi sarjaa. Lyhyen koesauvan koestusmitta oli 40 mm ja pitkän 500 mm.

Koestusmitaksi luettiin vetokoneen kiinnitysleukojen välinen etäisyys. Koestusmitan määrittämisessä tällä tavalla on pientä epätarkkuutta. Vetokoneeseen kiinnittäminen ei myöskään ole aivan tarkkaa, lyhyessä sauvassa arviolta ± 1 %, pitkässä selvästi vähemmän.

Koska langan ominaisuuksissa odotettiin vaihtelua, kokeen otoskokoa kasvatettiin huomattavasti. Vaihteluun varauduttiin myös siten, että pitkät ja lyhyet koekappaleet katkaistiin langasta vuorotellen.

Yksittäisten koekappaleiden paksuutta ei mitattu. Langan paksuusvaihtelu tarkistettiin mittaamalla halkaisija satunnaisesti valituista kymmenestä kohdasta. Neljä mittausta antoi tuloksen 0,91 mm, muut 0,92 mm. Murtoraja R_m on laskettu kaikissa kokeissa halkaisijan 0,915 mm mukaan.

Jännitysarvoissa voi siten olla noin $\pm 0,5$:n % virhe paksuusvaihteluista johtuen.

Koestukseen käytettiin Vaasan ammattikorkeakoulun Lloyd LR10K Plus-vetokonetta.



Kuvio 15. Lloyd -vetokone.

5.4.2 Koetulokset



Kuvio 16. Lyhyt koekappale kiinnitettynä vetokoneeseen.

koe numero	F_{\max} N	R_m MPa	Murtovenymä %
1	233,7	355,4	5,8
2	239,8	364,7	8,75
3	205	311,8	29,25
4	224,5	341,4	24,00
5	240,8	366,2	25,00
6	215,9	328,3	21,75
7	234,2	356,2	25,50
8	232,1	353,0	28,00
9	222,8	338,8	30,50
10	212,1	322,6	26,50
11	228,2	347,0	24,75
12	236,2	359,2	26,75
13	196,9	299,4	28,00
14	192,6	292,9	28,00
15	203,6	309,6	26,25
keskiarvo	221,23	336,44	23,92
keskihajonta	15,93	24,23	7,13

Taulukko 8. Hehkutettujen lankojen tulokset, $L = 40$ mm.



Kuvio 17. Pitka koekappale kiinnitettynä vetokoneeseen.

koe numero	F_{\max} N	R_m MPa	Murtovenymä %
1	235,6	358,3	5,2
2	233,1	354,5	7,20
3	232,8	354,0	11,40
4	200,9	305,5	13,60
5	204,9	311,6	22,80
6	206,6	314,2	20,00
7	228,4	347,3	17,20
8	228,3	347,2	23,60
9	205,6	312,7	19,20
10	205,1	311,9	21,40
11	203,1	308,9	20,80
12	183,4	278,9	18,40
13	222,1	337,8	19,60
14	187,2	284,7	20,80
15	188,5	286,7	22,60
keskiarvo	211,04	320,95	17,59
keskihajonta	17,76	27,00	5,68

Taulukko 9. Hehkutettujen lankojen tulokset, $L = 500$ mm.

5.5 Pianolangan kokeet

5.5.1 Koesauvat ja niiden valmistelu

Kokeita varten hankittiin vyyhti 0,5 mm paksuista pianolankaa. Lanka on valmistettu valmistajan (Röslau Stahldraht) omien spesifikaatioiden mukaan. Langan tyyppi on ”Röslau Blue Label”. Sen minimimurtolujuudeksi valmistaja lupaa kyseisellä paksuudella 2650 MPa. Halkaisijan toleranssiksi on annettu $\pm 0,008$ mm.

Testaukseen käytettiin nytkin Lloyd LR10K Plus-vetokonetta. Kiinnittäminen koneeseen tapahtui kuvion 18 mukaisella järjestelyllä.



Kuvio 18. Pianolangan kiinnitys vetokoneeseen.

Langan äärimmäinen lujuus osoittautui ongelmalliseksi. Kiinnittämiseen käytettiin halkaisijaltaan 50 mm alumiinilevykiekkoa. Suuresta säteestä huolimatta kaikki koelangat katkesivat kiekon kohdalta. Lisäksi lanka liukui kiekolla, minkä takia todellisen koestuspituuden määrittäminen on vaikeaa. Laskelmissa käytetään nimellisiä pituuksia 90 ja 520 mm.

Murtovenymän mittaaminen katkenneesta langasta riittävällä tarkkuudella oli myöskin mahdotonta. Pitkän langan mittauksien perusteella murtovenymä on luokkaa 0,4 % eli kysymys on hyvin hauraasta materiaalista. Tämä on luonnollista, koska lanka valmistetaan kylmävetämällä.

5.5.2 Koetulokset

Koestettiin siis kaksi sarjaa; nimellismitoiltaan 90 ja 520 mm.

koe numero	F_{\max} N	R_m MPa
1	509,6	2595,4
2	507,7	2585,7
3	506,1	2577,5
4	510,3	2598,9
5	512,9	2612,2
6	506,9	2581,6
7	507,7	2585,7
8	506,6	2580,1
9	500,4	2548,5
keskiarvo	507,58	2585,1
keskihajonta	3,45	17,5

Taulukko 10. Pianolangan L = 90 mm koetulokset.

koe numero	F_{\max} N	R_m MPa
1	509,7	2595,9
2	463,3	2359,6
3	506,2	2578,1
4	491,9	2505,2
5	512,1	2608,1
6	499,7	2545,0
7	496,9	2530,7
8	491,9	2505,2
9	488,9	2489,9
keskiarvo	495,62	2524,18
keskihajonta	14,65	74,62

Taulukko 11. Pianolangan L = 520 mm koetulokset.

6 TULOSTEN ANALYSOINTI

Tässä luvussa analysoidaan tuloksia tilastollisen koonvaikutuksen teorioiden valossa. Ideana on, että pienin koesauvasarjoista valitaan referenssisarjaksi ja tarvittavat tilastolliset parametrit sovitetaan sille saatuihin tuloksiin. Sen jälkeen lasketaan ennuste suuremmille koesarjoille ja verrataan sitä kokeellisiin tuloksiin.

Arviointiin käytetään kahta eri periaatetta. Ensimmäinen on perinteinen heikoimman lenkin menetelmä Weibullin esittämällä tavalla. Toinen menetelmä on alkusäröjakaumiin perustuva. Menettely jälkimmäisessä on periaatteessa sama, jota kirjoittaja on soveltanut väsymismitoituksessa [10].

6.1 Heikoimman lenkin menetelmä

Yleensä tilastollista koon vaikutusta sovelletaan niin, että pohjana ovat pienellä koesauvalla tehdyt kokeet. Tämä koesarja edustaa ketjun yhtä lenkkiä. Kun oletetaan lenkin lujuuden noudattavan Weibull-jakaumaa, sen jakaumafunktiot ovat [12]:

Kertymäfunktio:

$$F(x) = 1 - e^{-(x/\lambda)^k} \quad (3)$$

Tiheysfunktio:

$$f(x) = \frac{k}{\lambda} \left(\frac{x}{\lambda}\right)^{k-1} e^{-(x/\lambda)^k} \quad (4)$$

Kaavoissa: k = muotoparametri

λ = skaalausparametri.

Jakauma ulottuu nolasta plus-äärettömään. Jakaumasta on olemassa myös kolmiparametrinen muoto, jossa sijaintiparametrin avulla voidaan päättää alkupisteen paikka. Yleisimmin kaavaa käytetään esitetyssä muodossa, koska parametrien estimointi on helpompaa. Teoreettisesti ottaen kolmiparametrinen muoto olisi paremmin perusteltu. On vaikea kuvitella, että esimerkiksi aineen lujuus, kuten tässä, voisi missään oloissa olla nolla. Toisaalta ei ole mitään tutkittua tietoa siitä, mikä minimilujuus voisi olla.

Jakauman parametrit asetetaan referenssikoesarjan avulla. Ne saadaan kaavoista:

$$\frac{1}{k} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^k \ln x_i}{\sum_{i=1}^n x_i^k} - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln x_i \quad (5)$$

$$\lambda = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^k \right)^{1/k} \quad (6)$$

Parametrin k kaava on implisiittinen ja joudutaan ratkaisemaan numeerisesti. Ratkaisuun käytettiin MathCad-ohjelmaa.

Suuremman kappaleen lujuuden tiheysfunktion jakauma on [13] (*first order statistics*)

$$f_m(x) = 1 - (1 - f(x))^m \quad (7)$$

missä m = ”lenkkien” lukumäärä.

Kaava antaa siis m lenkin pituisen ketjun heikoimman lenkin lujuuden jakauman. Vetotankoihin sovellettuna logiikka on sama: ajatellaan tangon koostuvan m :stä kappaleesta referenssikappaleen pituisia pätkiä. Heikoin niistä määrää koko tangon lujuuden.

Jos lujuuden oletetaan muuttuvan suhteessa kappaleiden tilavuuksiin, tekijä m saadaan kaavasta

$$m = V_1/V_0 \quad (8)$$

missä V_1 = kohdekappaleen tilavuus

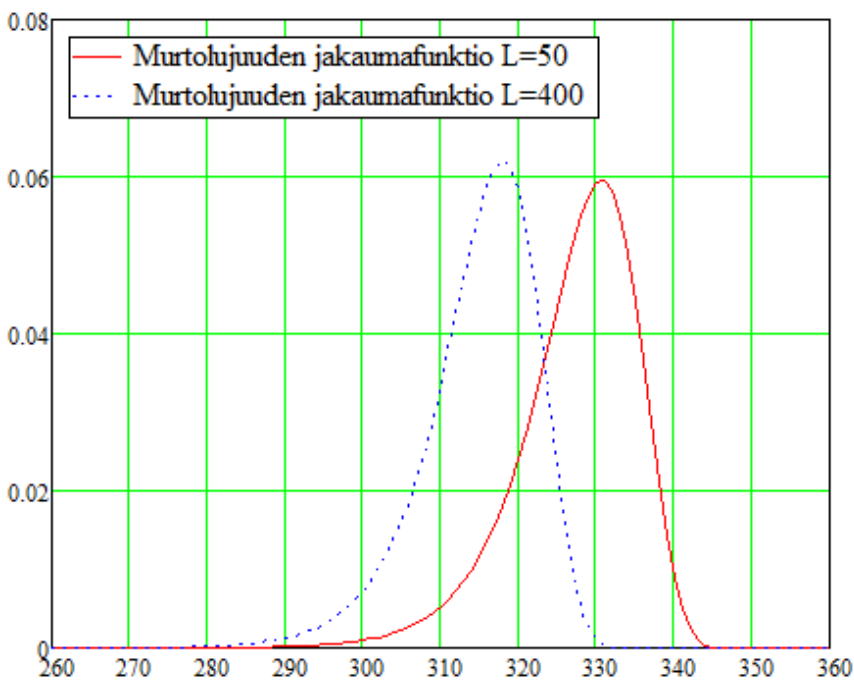
V_0 = referenssikappaleen tilavuus.

Seuraavassa on esitetty kullekin koesarjalle saadut estimaatit sekä vastaavat tiheysjakaumat.

Referenssisauvan (pienemmän) keskiarvo ja hajonta vastaavat siis koetuloksien osoittamaa.

Suuremmalle sauvalle saadaan ennusteet kaavan (7) avulla.

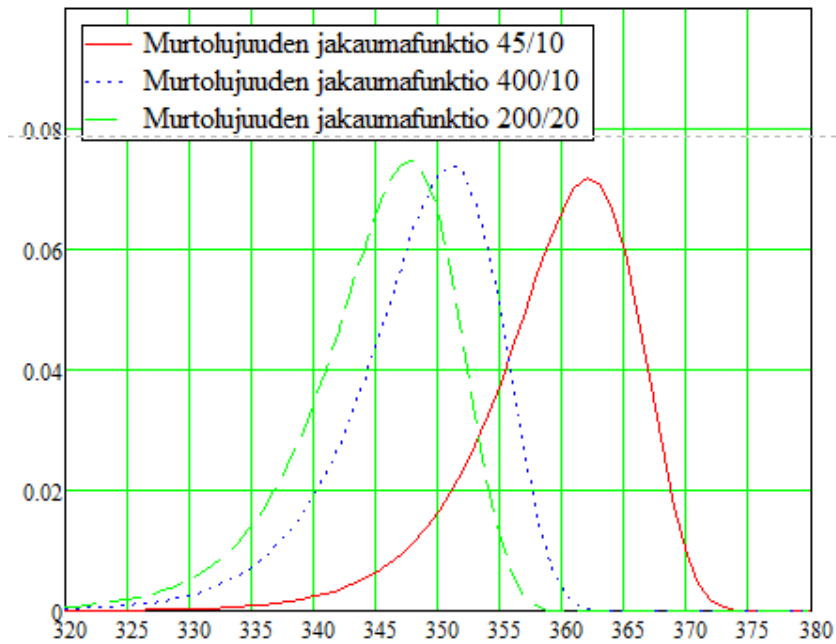
Rakenneteräs S235:



Kuvio 19. Rakenneterässauvojen murtolujuuden tiheysfunktiot.

Referenssisauvan jakauman parametreiksi saatiin kaavoista (5) ja (6) arvot $k = 53,55$ ja $\lambda = 330,8$.

Ennusteet sauvalle $L=400$ ovat: murtolujuuden keskiarvo $R_{ma} = 314,9$ MPa ja keskihajonta $\sigma_{Rm} = 7,44$ MPa.

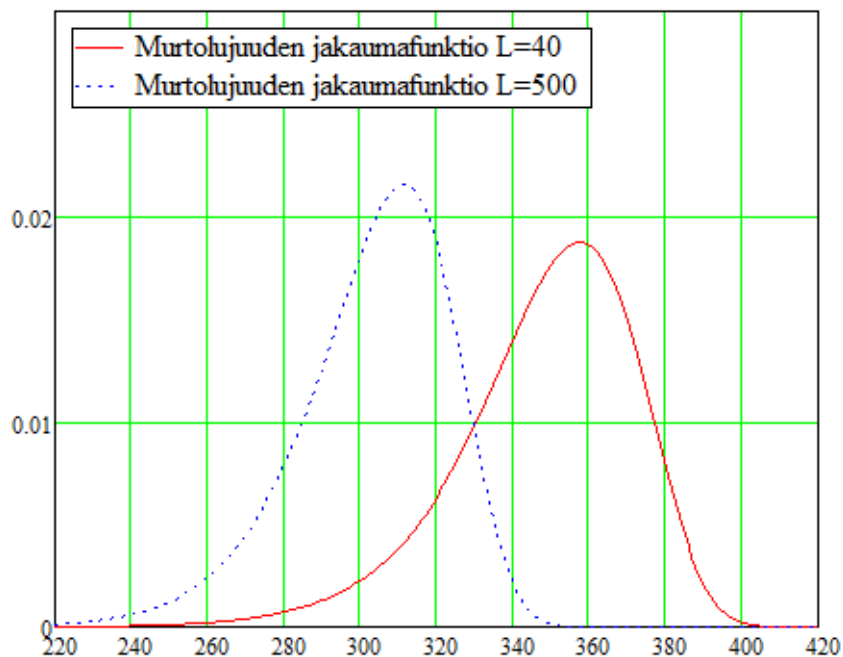
Valurauta EN-GJL350:

Kuvio 20. Valurautasauvojen murtolujuuden tiheysfunktio.

Saadut parametrit sauvalle $L=45/10$: $k = 70,7$, $\bar{\sigma} = 362,2$ MPa.

Ennuste sauvalle $L=400/10$: murtolujuuden keskiarvo $R_{ma} = 348,4$ MPa ja keskihajonta $\sigma_{Rm} = 6,26$ MPa.

Ennuste sauvalle $L=200/20$: murtolujuuden keskiarvo $R_{ma} = 345,0$ MPa ja keskihajonta $\sigma_{Rm} = 6,2$ MPa.

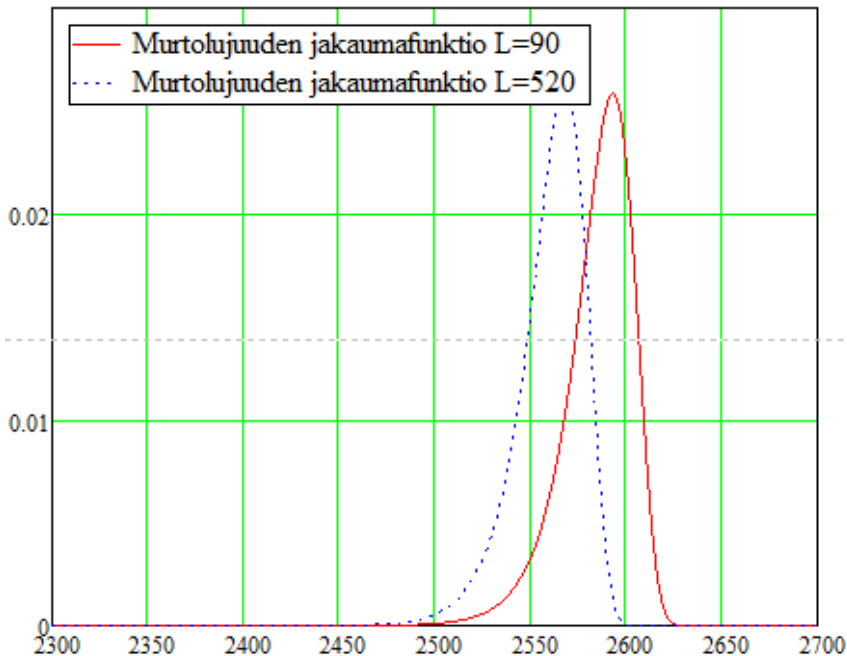
Sidelanka:

Kuvio 21. Sidelankasauvojen murtolujuuden tiheysfunktio.

Saadut parametrit pituudelle $L=40$: $k = 17,3$, $\lambda = 347$ MPa.

Ennuste pituudelle $L=500$: murtolujuuden keskiarvo $R_{ma} = 290,8$ MPa ja keskihajonta $\sigma_{Rm} = 20,7$ MPa.

Pianolanka:



Kuvio 22. Pianolankasauvojen murtolujuuden tiheysfunktio.

Saadut parametrit pituudelle $L=90$: $k = 182,3$, $\lambda = 2593$ MPa.

Ennuste pituudelle $L=500$: murtolujuuden keskiarvo $R_{ma} = 2560$ MPa ja keskihajonta $\sigma_{Rm} = 17,9$ MPa.

6.2 Vikajakaumaan perustuva menetelmä

Kuten luvussa 3 todettiin, väsymismitoitukseen on kehitetty vikajakaumiin perustuvia laskentamalleja. Staattiselle kuormalle tällaisia ei liene olemassa. Hauraille aineille ilmeinen lähtökohta on murtumismekaniikka. Menettely on analoginen kirjoittajan väitöskirjassaan [10] kehittämälle menetelmälle. Hauraasti käyttäytyvä aine murtuu, kun jännitysintensiteettikertoimen K arvo kuormitettaessa ylittää materiaalin murtumissitkeyden K_{Ic} . Jännitysintensiteettikertoimen arvo riippuu kappaleen muodosta, jännitysjaumasta ja särön muodosta. Oletetaan tässä, että särö on tasomainen ympyrä. Kirjallisuudesta löytyy ratkaisu äärettömän suuressa kappaleessa olevalle tällaiselle särölle [14]:

$$K = 2\sigma\sqrt{a/\pi} \quad (9)$$

missä a = särön säde

σ = jännitys.

Kun kaavaan sijoitetaan jännitykseksi murtoraja R_m ja jännitysintensiteettikertoimeksi murtumissitkeys K_{Ic} sekä ratkaistaan kriittinen särökoko a_f , saadaan

$$a_f = \pi \left(\frac{K_{Ic}}{2R_m} \right)^2 \quad (10)$$

Kokeissa saadut referenssikappaleen murtorajan arvot muunnetaan kaavan avulla särökoon arvoiksi. Tämä alajoukko edustaa tietyn suuruista alkuvikojen otosta: referenssikappaleen sisältämät alkuviat. On mahdoton tietää, kuinka monta alkuvikaa kappaleeseen tosiasiaassa syntyy. Tässä on tehtävä järkevä oletamus: sopiva arvo per tilavuusyksikkö. Analyysin tulos ei onneksi ole herkkä tässä olevalle virheelle [10]. Kun arvio otoskoosta on saatu, saadaan kappaleesta löytyvän suurimman vikakoon jakauma kaavasta (*last order statistics*)

$$f_m(x) = m F(x)^{m-1} f(x) \quad (11)$$

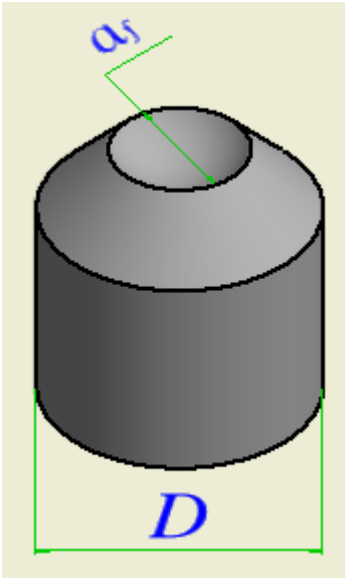
missä $F(x)$ on koko vikapopulaation kertymäjakauma

$f(x)$ on koko vikapopulaation tiheysjakauma

m on otoskoko eli tutkittavan kappaleen alkuvikojen määrä.

Oletetaan vikapopulaation noudattavan Weibull-jakaumaa. Sen parametrit sovitetaan siten, että referenssikappaleen otoskoon keskiarvo ja keskihajonta ovat sama kuin kokeessa saadussa arvojoukossa. Tämän jälkeen asetetaan otoskoon m arvoksi suurempaa koesauvaa vastaava arvo. Saadusta jakaumasta lasketaan estimaatti kriittisen särökoon keskiarvolle ja hajonnalle. Lopuksi lasketaan saadun arvon avulla estimaatti suuremman sauvan murtorajalle. Se saadaan ratkaisemalla kaavasta (8) murtoraja R_m .

Sitkeille aineille ei voida soveltaa murtumismekaniikkaa. Niillekin voidaan määrittää murtumissitkeyden arvo, mutta sen avulla saatava kriittinen särökoko on mitaltaan suurempi kuin koesauvan ulkomitta. Pienen kappaleen, kuten koesauvan, loppumurtuma ei siis voi tapahtua hauraasti, vaan kysymykseen tulee vain sitkeä murtuma luvun 2.1 mukaisesti. Kuviossa 2 esitetyn mallin mukaan sitkeässä murtumassa kappaleeseen kehittyy onkalo ja loppumurtuma tapahtuu leikkautumalla sen ympäriltä. Voidaan siten ajatella, että murtolujuudessa esiintyvä vaihtelu riippuu sauvan keskelle syntyvän vian koosta eli lujuuden määräävä satunnaismuuttuja on onkalon halkaisija. Vetokokeista tämä arvo eri sauvoissa on mahdollista arvioida. Koska vetokuormalla suurin leikkausvoima esiintyy 45° kulmassa, voidaan ajatella leikkautuvan pinnan olevan alla olevan kuvion 23 mukainen kartio.



Kuvio 23. Oletettu sauvan murtuman muoto.

Mitta a_f on syntyneen alkumurtuman halkaisija. Leikkautuva pinta on katkaistu ympyräkartio. Kun kartion kulma on 45° , ala on

$$A = \frac{\sqrt{2}}{4} (D^2 - a_f^2) \quad (12)$$

Leikkausjännitys on

$$\tau = \frac{F_{max}}{\sqrt{2}A} \quad (13)$$

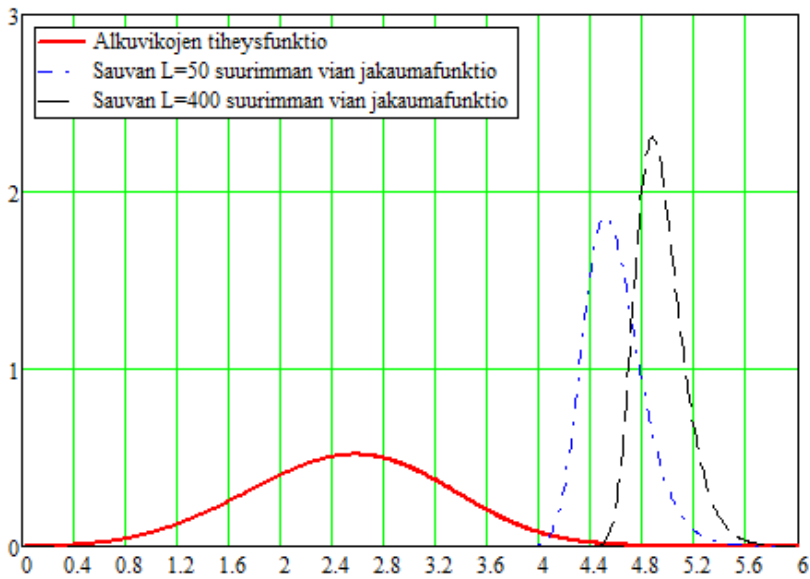
Murtotilanteessa leikkausjännitys on leikkausmurtorajan suuruinen. Tämä arvo on noin 0,6 kertaa vetomurtoraja. Kun sijoitetaan tämä ja pinta-alan kaava lausekkeeseen (13), saadaan ratkaistuksi kriittinen vikakoko:

$$a_f = 0,46 \sqrt{6\pi R_{ma} - 5F_{max}} \quad (14)$$

Kaavaan sijoitetaan saatujen murtoraja-arvojen keskiarvo R_{ma} . Hehkutuksen aiheuttaman hilseilyn takia sauvojen poikkileikkausaloihin tuli poikkeamia. Siksi kaavaan sijoitetut murtokuormien arvot skaalattiin nimellispinta-alaan 100 mm^2 .

Suuremman sauvan kriittisen vikakoon arvio saadaan sitten samalla tavalla kuin edellä hauraiden materiaalien tapauksessa kerrottiin. Vikakokoa vastaava murtokuorman arvo ratkaistaan kaavasta (14).

Tulokset jakaumakäyrineen eri sarjoille on esitetty alla.

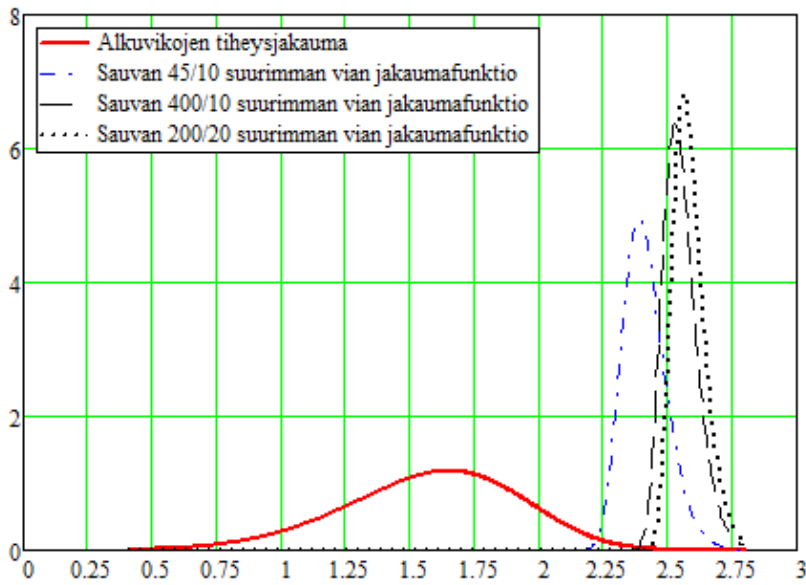
Rakenneteräs S235:

Kuvio 24. Rakenneterässauvojen vikojen tiheysfunktiot.

Alkuvikojen emopopulaation sovitettut parametrit ovat: $k = 3,64$, $x_v = 2,72$. Vikojen määrä arvioitiin tiheydellä 1 vika per 10 mm^3 , mistä saadaan otoskooksi lyhyelle sauvalle $m = 500$. Keskimääräinen vikakoko sille on 4,58 mm hajonnalla 0,23 mm.

Pitkän sauvan otoskooksi tulee $m = 4000$. Ennusteeksi sauvalle $L=400$ saadaan silloin $a_f = 4,94 \text{ mm}$ hajonnalla 0,19 mm. Näistä arvoista lasketaan kaavan (14) avulla murtokuorman ennuste ja siitä murtoraja. Murtorajaksi saatiin $R_m = 317.7 \text{ MPa}$ ja hajonnaksi 2,84 MPa.

Laskelmien helpottamiseksi tehtiin yksinkertaistus. Loppumurtuman leikkauskartion pinta-alan laskelmissa neliömäinen poikkileikkaus muutettiin pinta-alaltaan vastaavan kokoiseksi ympyräksi: $D = 11,28 \text{ mm}$.

Valurauta EN-GJL350:

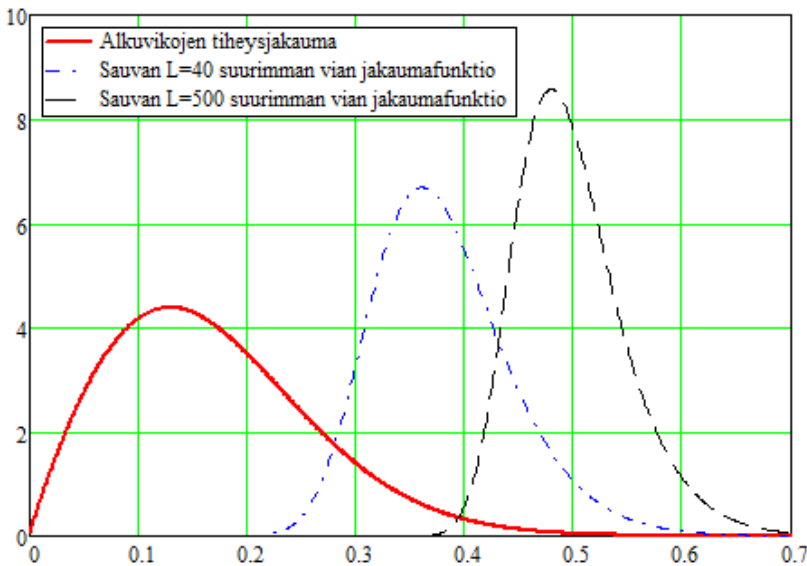
Kuvio 25. Valurautasauvojen vikojen tiheysfunktio.

Emopopulaation parametrit: $k = 5,4$, $l = 1,71$. Lyhyen sauvan otoskoko $m = 353$, keskimääräinen vikakoko 2,42 mm, hajonta 0,081 mm.

Ennusteet:

$L=400/10$: otoskoko $m = 3141$, keskimääräinen vikakoko 2,55 mm, hajonta 0,067 mm, murtoraja 349,7 MPa, hajonta 4,5 MPa.

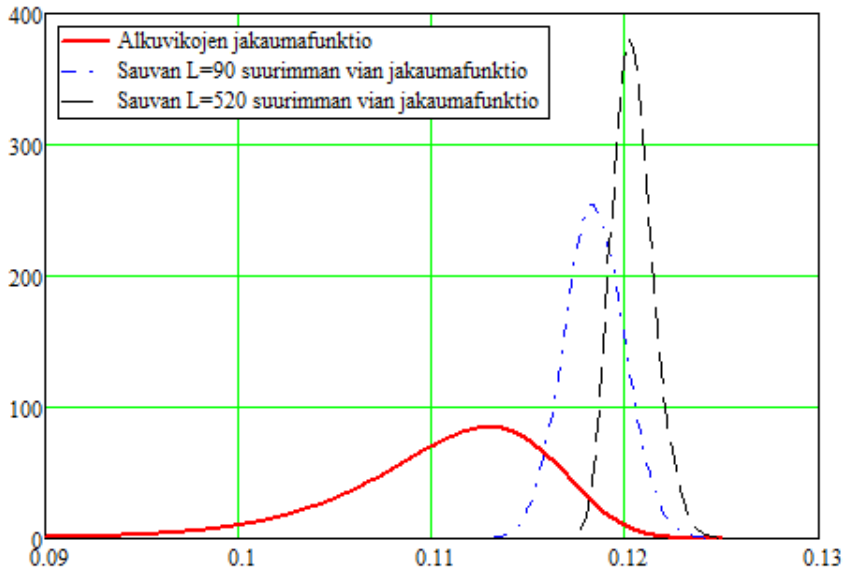
$L=200/20$: otoskoko $m = 6283$, keskimääräinen vikakoko 2,59 mm, hajonta 0,063 mm, murtoraja 347,2 MPa, hajonta 4,4 MPa.

Sidelanka:

Kuvio 26. Sidelangan koekappaleiden vikojen tiheysfunktio.

Emopopulaatioon parametrit: $k = 5,4$, $l = 1,71$. Langoille vikatiheydeksi valittiin $1 \text{ kpl} / 1 \text{ mm}^3$.
 Lyhyen langan $L = 40$ otoskoko $m = 26$, keskimääräinen vikakoko $0,38 \text{ mm}$, hajonta $0,064 \text{ mm}$.
 Ennuste pitkälle koekappaleelle $L = 500$, otoskoko $m = 325$: keskimääräinen vikakoko $0,50 \text{ mm}$, hajonta $0,051 \text{ mm}$, murtoraja $285,3 \text{ MPa}$, hajonta $25,5 \text{ MPa}$.

Pianolanka:



Kuvio 27. Pianolangan koekappaleiden vikojen tiheysfunktio.

Emopopulaatioon parametrit: $k = 5,4$, $l = 1,71$ (vikatiheys $1 \text{ kpl} / 1 \text{ mm}^3$).
 Lyhyen langan $L = 90$ otoskoko $m = 18$, keskimääräinen vikakoko $0,118 \text{ mm}$, hajonta $0,0016 \text{ mm}$.
 Ennuste pitkälle koekappaleelle $L = 500$, otoskoko $m = 104$: keskimääräinen vikakoko $0,120 \text{ mm}$, hajonta $0,0011 \text{ mm}$, murtoraja 2554 MPa , hajonta $11,3 \text{ MPa}$.

6.3 Tulosten yhteenveto

Alla oleviin taulukoihin on koottu koetuloksista laskettujen sauvojen murtorajojen keskiarvot sekä niiden keskihajonnat (yksikkö MPa). Taulukoissa on rinnan pieni sekä suuri sauva sekä muutosprosentit niiden välillä. Viereisissä sarakkeissa on heikoimman lenkin menetelmällä ja vikajakaumiin perustuvalla menetelmällä saadut ennusteet suuremmalle koesauvalle sekä muutosprosentti pieneen koesauvasarjaan verrattuna.

Rakenneteräksen valssatussa tilassa oleville sauvoille ei tehty tilastollista analyysiä. Koetulokset on kuitenkin esitetty taulukossa 11 lämpökäsittelyn vaikutuksen esille tuomiseksi.

Rakenneteräs S235:

	Kokeelliset tulokset		
	Lc50	Lt400	Muutos %
R_{ma}	308,1	306,4	-0,6
keskihajonta	6,4	3,9	-39,7

Taulukko 12. Yhteenveto rakenneteräksen tuloksista, valssatussa tilassa olevat sauvat.

	Kokeelliset tulokset			Ennuste, heikoin lenkki		Ennuste, vikajakauma	
	Lc50	Lt400	Muutos %	Lt400	Muutos %	Lt400	Muutos %
R_{ma}	327,7	319,0	-2,7	314,9	-3,9	317,7	-3,1
keskihajonta	6,4	4,5	-29,7	7,44	+16,3	2,84	-55,6

Taulukko 13. Yhteenveto rakenneteräksen tuloksista, hehkutettu sarja.

Valurauta EN-GJL 350:

	Kokeelliset tulokset			Ennuste, heikoin lenkki		Ennuste, vikajakauma	
	Sarja K	Sarja L	Muutos %	Sarja L	Muutos %	Sarja L	Muutos %
R_{ma}	359,4	356,0	-1,0	348,4	-3,1	349,7	-2,7
keskihajonta	6,0	4,5	-25,6	6,26	+4,3	4,5	-25,6

Taulukko 14. Yhteenveto valuraudan tuloksista, lyhyt verrattuna pitkään sauvaan.

	Kokeelliset tulokset			Ennuste, heikoin lenkki		Ennuste, vikajakauma	
	Sarja K	Sarja T	Muutos %	Sarja T	Muutos %	Sarja T	Muutos %
R_{ma}	359,4	363,1	1,0	345,0	-4,0	347,2	-3,4
keskihajonta	6,0	4,4	-27,3	6,2	+3,3	4,4	-26,7

Taulukko 15. Yhteenveto valuraudan tuloksista, lyhyt verrattuna paksuun sauvaan.

Sidelanka:

	Kokeelliset tulokset			Ennuste, heikoin lenkki		Ennuste, vikajakauma	
	L=40	L=500	Muutos %	L=500	Muutos %	L=500	Muutos %
keskiarvo	336,4	320,9	-4,6	290,8	-13,6	285,3	-15,2
keskihajonta	24,2	27,0	11,5	20,7	-14,4	25,5	+5,4

Taulukko 16. Yhteenveto sidelangan tuloksista.

Pianolanka:

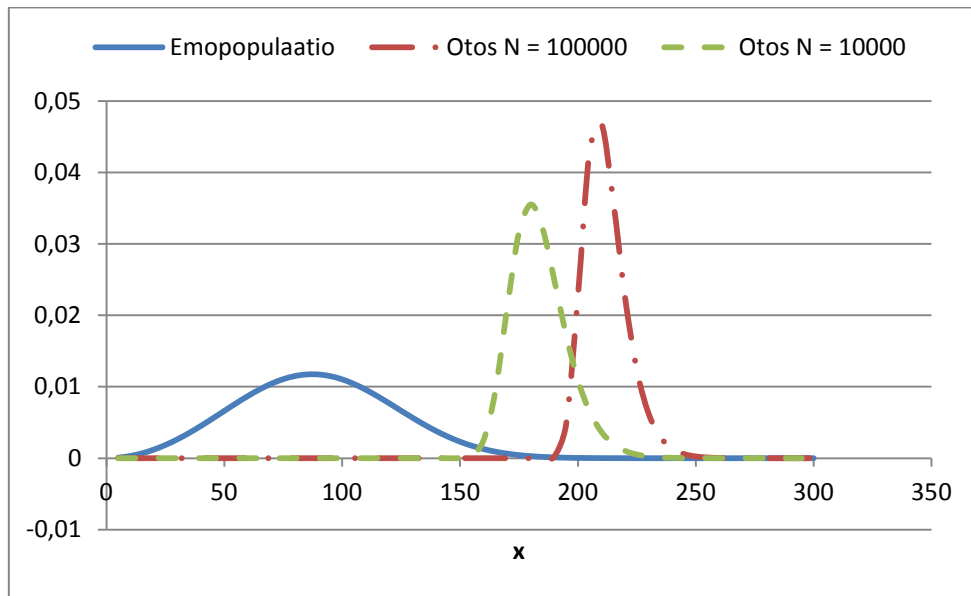
	Kokeelliset tulokset			Ennuste, heikoin lenkki		Ennuste, vikajakauma	
	L=90	L=520	Muutos %	L=520	Muutos %	L=520	Muutos %
keskiarvo	2585,1	2524,2	-2,4	2560	-1,0	2554	-1,2
keskihajonta	17,5	74,6	325,2	17,9	+2,3	11,3	-35,4

Taulukko 17. Yhteenveto pianolangan tuloksista.

7 TULOSTEN ARVIOINTIA

7.1 Pohjustus

Tilastotieteen ääriarvoteorian mukaan satunnaismuuttujasta otettujen erisuuruisten otosten maksimi-arvojen todennäköisyysjakauma käyttäytyy kuten kuvion 28 periaatekaaviossa on esitetty: otoksen kasvaessa maksimin odotusarvo suurenee ja sen hajonta pienenee.



Kuvio 28. Kuvitteellisen emopopulaation jakauma ja kahden otoksen maksimin jakaumat

Kun edellisen luvun yhteenvedotaulukoiden tuloksia arvioidaan tältä pohjalta, voidaan todeta, että valtaosin murtolujuuden estimaatit käyttäytyvät kuten voidaan odottaa. Näin ollen tulokset tukevat vahvasti sitä johtopäätöstä, että tilastollinen koon vaikutus esiintyy myös monotonisessa kuormituksessa samoin kuin väsymislujuudessa on laita. Ilmiö ei kuitenkaan olla yhtä vahva staattisella kuormalla.

7.2 Laskentamallien arviointi

Heikoimman lenkin menetelmä ei anna oikeata kuvaa hajonnan muuttumisesta kappaleen koon kasvaessa. Usealle sarjalle saatu estimaatti on jopa väärän suuntainen. Joka tapauksessa menetelmä näyttää hyvin pienen muutoksen suuremman koekappaleen hajonnan muutokselle. Samalla menetelmä yliarvioi keskiarvon muutosta. Syynä on se, että perinteisellä tavalla sovellettuna ”lenkkien” määrä eli otoskoko m jää pieneksi. Koska kysymyksessä on solidit kappaleet eikä ketju, mikään ei pakota valitsemaan yhden lenkin kooksi samaa kuin referenssikappaleen tilavuus. Yhtä hyvin voitaisiin ottaa perustaksi pienempi tilavuus. Böhm on kehittänyt heikoimman lenkin periaatteelle pohjautuvan väsymislujuuden mitoitusmenetelmän väitöskirjassaan [7]. Hän lähtee siitä, että väsyminen alkaa kappaleen pinnasta, kuten melkein aina onkin asianlaita, ja laskee koon

vaikutuksen pinta-alojen pohjalta eikä tilavuuksista. Hän on valinnut vertailukohdaksi fiktiivisen 1 mm^2 pinta-ala-aihion. Tällä menettelyllä Böhm on saanut huomattavan hyvät ennusteet erilaisille koesauvoille, sekä sileille että lovellisille. Kun vertailukappaleen eli lenkin kokoa pienennetään, otoskoko kasvaa, keskiarvon ennuste alenee ja hajonnan ennuste suurenee. Sopivalla standarditilavuudella, esimerkiksi 1 mm^3 , voisi saada parempia ennusteita.

Kirjoittajan esittämä malli on kaksijakoinen. Hauraasti murtuville aineille loppuvikakoko voidaan arvioida luotettavasti murtumismekaniikan avulla. Kappaleen jäännöslujuus säröytyneessä tilassa voidaan tunnetusti laskea, jos murtumissitkeys K_{Ic} on tunnettu. Mallissa vaihtelu murtolujuudessa selitetään tämän loppusärökoon vaihtelulla. Sitkeille aineille kirjoittaja esittää uuden mallin. Siinä arvioidaan kuvion 2 esittämässä murtumisprosessissa syntyvän loppuonkalon koko. Analogisesti haurasmurtuman kanssa onkalon koko oletetaan murtolujuuden vaihtelun perussyyksi. Vaikka mallissa on jouduttu tekemään monia likimääräisolettamuksia, malli toimii toivotulla tavalla. Mallilla saatu loppuvikakoko lyhyellä rakenneterässauvalla on noin 4,6 mm. Vertailun vuoksi alla olevassa kuvassa on lähikuva yhden sauvan murtumakohtasta. Päätekraatterin koko on noin 4-5 mm.



Kuva 29. Rakenneterässauvan murtumakohta.

Seuraavassa arvioidaan tuloksia vain kirjoittaman esittämän vikajakaumamallin pohjalta.

7.3 Keskiarvon estimaattien arviointi

Tuloksissa on viisi vertailusarjaa. Neljässä niistä murtolujuuden keskiarvo alenee kappaleen koon kasvaessa. Poikkeuksena on paksu valurautasauva, sarja T. Myöskään pitkässä sauvassa (sarja L) koon vaikutus ei ole kovin huomattava. Molemmissa hajonta kuitenkin käyttäytyy kuten tilastollinen malli ennustaa. Tämä antaa aiheen pohtia, onko kokeiden suorituksessa tai materiaalin käyttäytymisessä jotakin, joka kohottaa keskiarvoa. Paksun sauvan osalta etukäteisolettamus oli,

että murtolujuuden keskiarvo olisi jopa alempi kuin tilastollisesti ennustettu. Tämä johtuu siitä, että ainespaksuuden kasvaessa jännitystila kappaleessa muuttuu tasojännitystilasta kohti tasomuodonmuutostilaa ja kolmiakσιαalista jännitystä [14, ss. 98-107]. Samalla käyttäytyminen muuttuu hauraammaksi ja murtumissitkeys K_{Ic} alenee voimakkaasti. Toisaalta tiedetään myös, että kolmiakσιαalisessa jännitystilassa kappaleen lujuus kasvaa, kun eri akselien suuntaiset jännitykset ovat samanmerkkisiä. Tämä nähdään, kun lasketaan yhdistetty jännitys eri murtumishypoteesien mukaan, esimerkiksi von Misesin kaavalla. Yhdistetty jännitys on pienempi kuin suurin pääjännitys.

Sauvoista tarkastettiin myös mahdollinen lujuuden muuttuminen sisältää ulkoreunaa kohti mentäessä. Onhan mahdollista, että sisäosa on vähemmän lujaa, koska siellä jäähtymisnopeus valun jälkeen on alempi. Ohuissa sauvoissahan koneistetaan runsaammin ainetta pois. Tämän selvittämiseksi leikattiin kolmesta katkenneesta sauvasta kiekot kiinnityskohdan paksulta osalta. Tehdyt kovuusmittaukset eivät kuitenkaan osoittaneet mitään systemaattista eroa ulkoreunan ja sisäosan välillä.

Sidelangalle tilastollinen menettely antaa pitkille langoille selvästi alemman murtolujuuden estimaatin kuin koetuloksien näyttämä arvo, toisin sanoen liian suuren tilastollisen kokoeffektin. Taulukoiden 8 ja 9 koetuloksia tarkasteltaessa nähdään, että murtolujuuden vaihtelu on huomattavan suurta. Taulukon 9 arvot pitkille koelangoille ovat samassa järjestyksessä kuin ne on katkaistu lankavyyhdistä. Arvoista huomataan, että korkeat ja matalat lujuusarvot esiintyvät perätysten. Aivan ilmeisesti langan lujuuteen on vaikuttanut myös joku teknologinen tekijä. Langan paksuusvaihtelu oli pientä eikä siis selitä vaihtelua. Materiaalin kemiallisessa koostumuksessa ei voi kuvitella tämän kaltaisia vaikutuksia. Näin ollen syy löytynee langan valmistusprosessista, todennäköisesti lämpökäsittelystä eli pehmeäsihehkutuksen suoritustavasta. Heikkojen ja vahvojen kohtien esiintyminen aina peräkkäin osoittaa, että tämä vaihtelu ei ole satunnainen tai ei ainakaan noudata samaa satunnaisjakaumaa. Koska tämäkin vaihtelu kuitenkin sisältyy tilastolliseen analyysiin, lopputuloksena on hiukan harhainen estimaatti.

Pianolangassa taas tilastollinen koon vaikutus näyttäytyy noin puolet pienempänä kuin koetulokset osoittavat. Näitä tuloksia ei kuitenkaan voida pitää luotettavina, koska vetokokeissa oli ongelmia. Lanka liukui kiinnitysosan pinnalla ja katkesi lopulta aina jommankumman kiinnittimen kontaktipinnalta eikä varsinaiselta koestusmitalta. Tuloksen tarkkuus on siten täysin kyseenalainen. Mielenkiintoista on silti, että koon vaikutus on näissäkin kokeissa nähtävissä.

7.4 Keskihajonnan estimaattien arviointi

Rakenneteräkselle vikajakaumiin perustuva malli antaa liian suuren hajonnan estimaatin.

Lämpökäsitellyille sauvoille hajonta on kasvanut valssatussa tilassa olleeseen sarjaan verrattuna.

Yhtenä syynä saattaa olla se, että hehkutus aiheutti sauvoihin huomattavaa hilseilyä. Todellisessa poikkipinnassa esiintyy siksi vaihtelua, jota oli vaikea ottaa tarkasti huomioon. Lisäksi pinnan laatu huononi.

Valuraudan kohdalla hajonnan ennuste on erittäin tarkka, joka saattaa olla todiste menetelmän toimivuudesta, siitä huolimatta, että keskiarvon ennusteet eivät olleet kovin hyviä.

Sidelangan kohdalla hajonnan ennuste eroaa koetuloksista huomattavasti. Syy tähän on selvitetty edellä. Mekaanisten ominaisuuden vaihtelu teknologisista syistä pitäisi saada tuloksista jollain tavalla puhdistetuksi.

Pianolangan kohdalla ei ennuste myöskään ole hyvä. Kuten edellä selitettiin, koejärjestely ei ollut ultralujalle langalle riittävän toimiva. Esimerkiksi langan todellinen koestuspituus saattaa poiketa hyvin paljon nimellisestä arvosta.

7.5 Muita arviointeja

Työn yhtenä tavoitteena oli selvittää, liittyykö tilastollinen koon vaikutus metalleissa ennen muuta materiaalin haurauteen. Erittäin hauraille materiaaleille, kuten lasi ja keraamit, menetelmä on todettu toimivaksi. Molempien hauraiden materiaalien kohdalla koestuksessa esiintyi ongelmia. Kuitenkin tuloksista voi nähdä, että tilastollinen koon vaikutus ei hauraila aineilla ole erityisen suurta. Näissä kokeissa se jäi selvästi pienemmäksi kuin sitkeillä materiaaleilla. Sen sijaan tulokset kertovat selvästi, että tilastollinen koon vaikutus liittyy vahvasti metallin laatuun. Koska viat ydintyvät yleensä sulkeumien ja muiden ainevikojen kohdille, voidaan arvioida puhtausasteen olevan ilmiössä ratkaiseva tekijä.

Pitkän ja paksun valurautasauvan keskinäisen vertailun avulla oli tarkoitus selvittää, liittyykö tilastollinen koon vaikutus kappaleen jännityksen alaiseen tilavuuteen vaiko pinta-alaan.

Väsymismurtuma alkaa melkein poikkeuksetta kappaleen pinnasta ja siksi kriteeriksi on valittava siinä pinta-ala [6,10]. Koska paksun valurautasauvan (sarja T) saatu ennuste on ristiriitainen, tätä asiaa ei voitu todentaa. Tässä työssä on siksi lähtökohtana pidetty riippuvuutta tilavuudesta. Tätä tukevat kirjallisuudessa esiintyvät kuvaukset murtumisprosessista, ks. luku 2.

Valssatussa tilassa olevien ja lämpökäsiteltyjen rakenneterässauvojen tilastolliset ominaisuudet näyttävät poikkeavan suuresti toisistaan. Valssauksen ja laserleikkauksen takia koesauvoissa voi olla pieniä jäännösjännityksiä, jotka saattavat vaikuttaa murtumisominaisuuksiin. Suurempi vaikutus lienee sillä, että valssaus muuttaa rakeiden sekä sulkeumien muodon pitkulaisiksi.

7.6 Tulosten luotettavuudesta

Useissa koesarjoissa esiintyi ongelmia, jotka heikentävät tulosten luotettavuutta, mutta ovat vaikeasti arvioitavissa:

- Pianolangan koekappaleet murtuivat poikkeuksetta vetokoneeseen kiinnittämistä varten alumiinilevystä valmistettujen kiinnittimien pinnalta eikä varsinaiselta koestuspituudelta. Näitä tuloksia voi pitää vain viitteellisinä.
- Sidelangan mekaanisissa ominaisuuksissa (murtoraja ja murtovenymä) esiintyi suurta vaihtelua, joka johtuu valmistustekniikkaan liittyvistä asioista. Sitä ei voitu saada erotetuksi varsinaisesta tilastollisesta vaihtelusta.
- Rakenneteräsauvojen lämpökäsittely aiheutti niiden pintaan voimakasta hilseilyä, mikä mm. muutti sauvojen poikkileikkausmittoja ja pinnan laatua.

Lisäksi valurautasauvojen sarjoista K ja T muutama katkesi kiinnityskohdan pyöristyksen läheisyydestä, jossa on korkeampi jännitys kappaleen pinnassa. Näiden hylkääminen pienentää hiukan kyseisten sarjojen tilastollista luotettavuutta.

8 JOHTOPÄÄTÖKSIÄ

Tilastollinen koon vaikutus on selvästi nähtävissä monotonisessa kuormituksessa. Sen suuruus on luokkaa pienempi kuin väsymislujuudessa aiemmin havaittu. Silloin, kun mitoitettavana on testauksessa käytettyihin koesauvoihin nähden poikkeuksellisen suuri kappale, on tilastollinen koon vaikutus syytä ottaa huomioon. Esimerkkinä voidaan arvioida sylinteriaihio, josta valurautasauvat irrotettiin. Sen koko oli: ulkohalkaisija noin 387 mm, pituus 680 mm ja seinämänpaksuus 24 mm. Sen lujouden alenema on työssä saaduilla arvoilla 7,8 %. Toinen esimerkki voisivat olla teräsköydet. Niissä on useita kymmeniä säikeitä ja pituutta saattaa olla kymmeniä metrejä. Jos vaatimuksena on, että yksikään säie ei saa kuormituksessa katketa, tilastollinen koon vaikutus kasvaa huomattavan suureksi.

Vastoin alkuolettamuksia tilastollinen koon vaikutus ei näytä liittyvän metallin haurauteen. Työssä käytetyissä materiaaleissa hauraila aineilla koon vaikutus oli selvästi pienempi kuin sitkeillä. Materiaalin laatu vaikuttaa ratkaisevasti tilastollisen koon vaikutuksen suuruuteen. Syynä voidaan olettaa olevan aineen puhtausaste eli sulkeumien ja muiden ainevikojen määrä. Mitä huonompilaatuinen materiaali on kyseessä, sitä voimakkaammin lujuus alenee kappaleen koon kasvaessa.

Heikoimman lenkin menetelmä perinteisessä muodossa ei ole täysin tyydyttävä malli. Se jonkin verran yliarvioi keskijännityksen muutoksen ja aliarvioi rajusti hajonnan muutoksen kappaleen koon kasvaessa.

Kirjoittajan esittämä vikajakaumiin perustuva menetelmä antaa parempia ennusteita kuin heikoimman lenkin menetelmä, vaikka menetelmän soveltamisessa tietojen puuttuessa joudutaan tekemään yksinkertaistavia olettamuksia. Hauraasti murtuvien kappaleiden alkuvikajakauma voidaan määrittää murtumismekaniikan avulla, kun murtumissitkeys K_{Ic} on tunnettu. Sitkeille aineille estimaatti murtumaan johtavasta vikakoosta voidaan saada arvioimalla murtumisessa syntyvän loppumurtumaonkalon kokoa.

9 KIITOSMAININNAT

Haluan lausua kiitokset seuraaville henkilöille ja yrityksille:

Wärtsilä Oyj:lle kiitokset valurautasauvojen valmistuksessa käytetyn valuaihion lahjoittamisesta. Marko Rantasaloa Vaasan ammattikorkeakoulusta haluan kiittää rakenneterässauvojen vetokokeiden suorittamisesta.

Markku Kuusista samoin Vaasan ammattikorkeakoulusta kiitän tarvittavien CharpyV-sauvojen ja kovuusmittauskappaleiden valmistuksesta.

Petter Forthille Yrkeshögskolan Noviasta kuuluu suuret kiitokset valurautasauvojen vetokokeiden suorittamisesta.

Erityiskiitoksen ansaitsee Asko Hannuksela Vaasan aikuiskoulutuskeskuksesta valurautasauvojen erittäin vaativasta koneistustyöstä.

LÄHDELUETTELO

1. Callister, W.D. & Rethwisch, D.G. (2011) *Materials science and engineering*. 8. painos. John Wiley & Sons, Inc.
2. Weibull W. (1951) *A Statistical Distribution Function of Wide Applicability*. Journal Of Applied Mechanics, ASME
3. Weibull W. (1949) *A Statistical Representation Of Fatigue Failures In Solids*. Transactions Of The Royal Institute Of Technology, Stockholm, Sweden, Number 27
4. Makkonen M. *Notch size effects in the fatigue limit of steel*. Int J Fatigue 2003;25:17-26
5. Weibull W. (1939) *A Statistical Theory Of The Strength Of Materials*. Ingeniörsvetenskapsakademiens Handlingar Nr 151, 1939, Generalstabens Litografiska Anstalts Förlag, Stockholm
6. Rabb, R. (2013) *Todennäköisyysteoriaan pohjautuva väsymisanalyysi*. 1. painos. Books on demand.

7. J.Böhm (1979) Zur Vorhersage von Dauerschwingfestigkeiten ungekerbter und gekerbter Bauteile unter Berücksichtigung des statistischen Grösseneinflusses. Dissertation, Technische Universität München
8. Y.Murakami (1994) *Inclusion Rating by Statistics of Extreme Values and Its Application to Fatigue Strength Prediction and Quality Control of Materials*. Journal of Research of the National Institute of Standards and Technology, Volume 99, Number 4, July-August
9. Silvasti, K. (2015) *Tilastollinen koon vaikutus staattisessa kuormituksessa*. Opinnäytetyö, Vaasan Ammattikorkeakoulu
10. M.Makkonen (1999) *Size Effect and Notch Size Effect in Metal Fatigue*. Thesis for the degree of Doctor of Science (Technology), Lappeenranta University of Technology. Acta Universitatis Lappeenrantaensis 83
11. Makkonen M. *Statistical size effect in the fatigue limit of steel*. Int J Fatigue 2001;23:395-402
12. https://en.wikipedia.org/wiki/Weibull_distribution, viitattu 5.9.2015
13. Coles, S. *An Introduction to Statistical Modeling of Extreme Values*. Springer-Verlag London Limited, 2001
14. Rolfe / Barsom (1977) *Fracture and Fatigue Control in Structures, Applications of Fracture mechanics* Englewood Cliffs, New Jersey, Prentice-Hall, Inc.